

dysleksja

# MATERIAŁ DIAGNOSTYCZNY Z MATEMATYKI

Arkusz II

## POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 150 minut

### Instrukcja dla ucznia

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 12 ponumerowanych stron. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego badanie.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje uczeń. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla ocenającego.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊙ i zaznacz właściwe.

*Życzymy powodzenia!*

ARKUSZ II

GRUDZIEŃ

ROK 2005

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

Wypełnia uczeń przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL UCZNIĄ

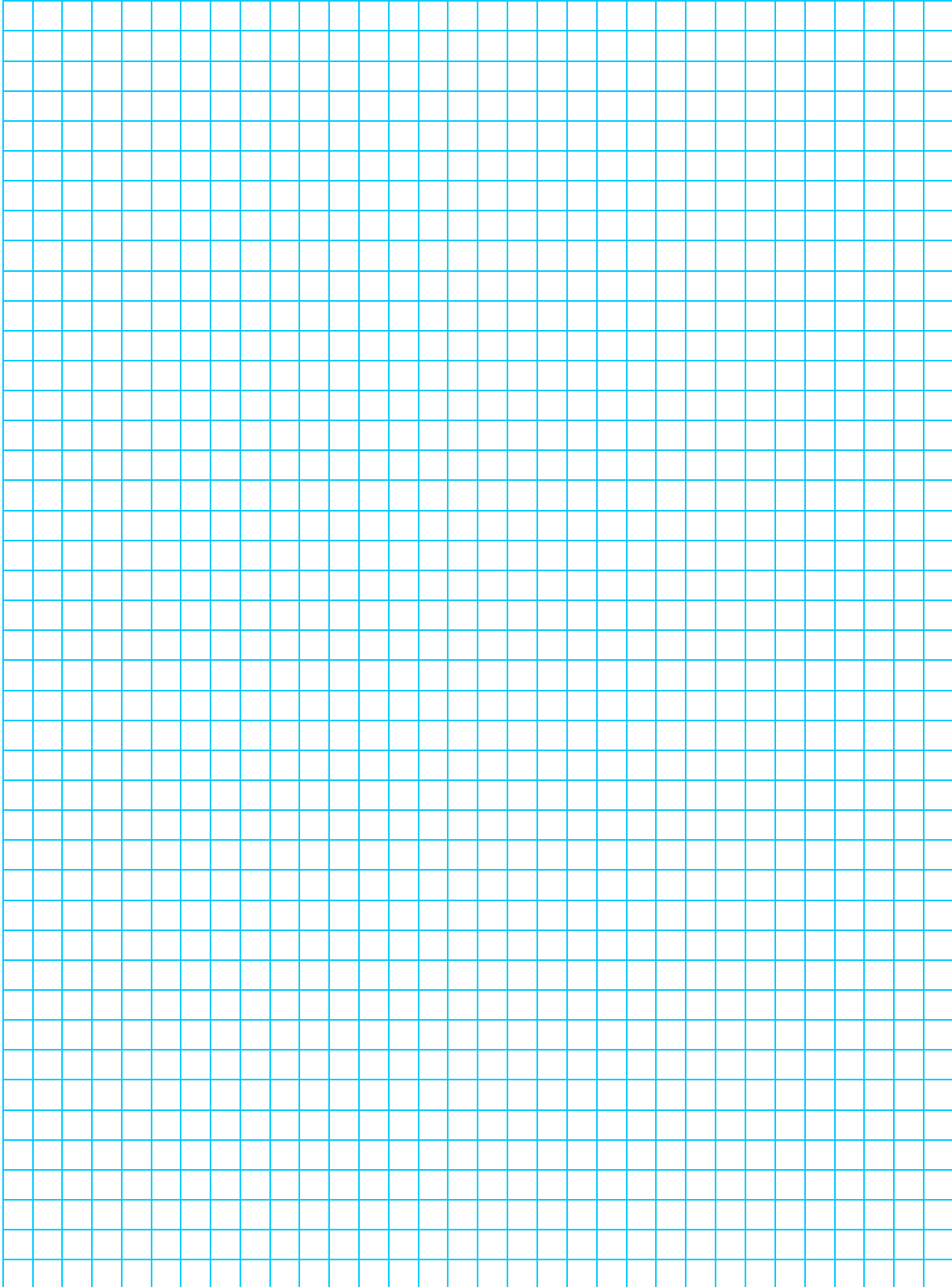
Wypełnia uczeń  
przed rozpoczęciem  
pracy

--	--	--

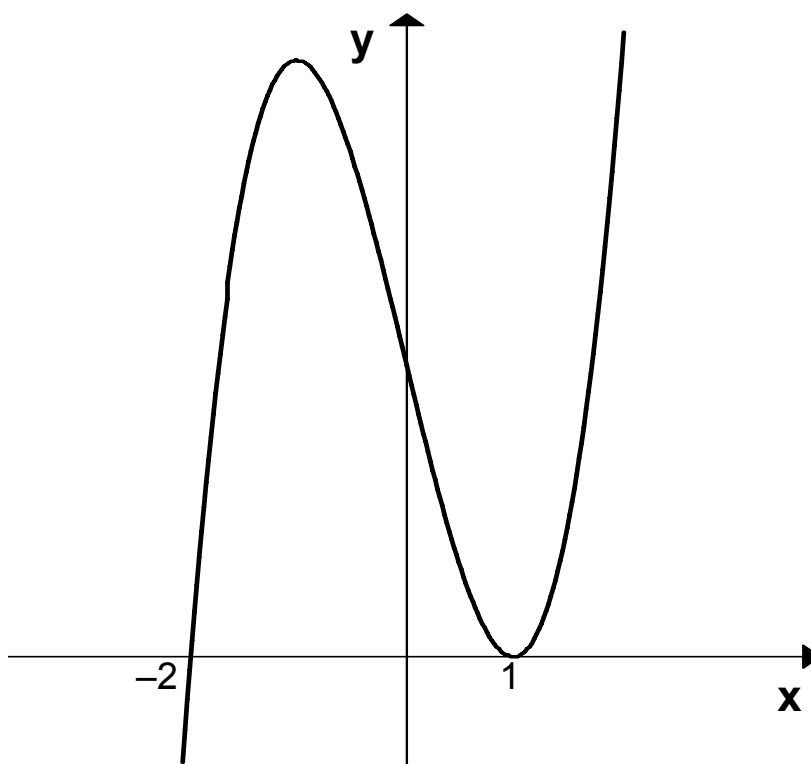
KOD UCZNIĄ

**Zadanie 11. (6 pkt)**

Wyznacz wszystkie liczby całkowite  $k$ , dla których funkcja  $f(x) = x^2 - 2^k \cdot x + 2^k + \frac{5}{4}$  przyjmuje wartości dodatnie dla każdego  $x \in R$ .

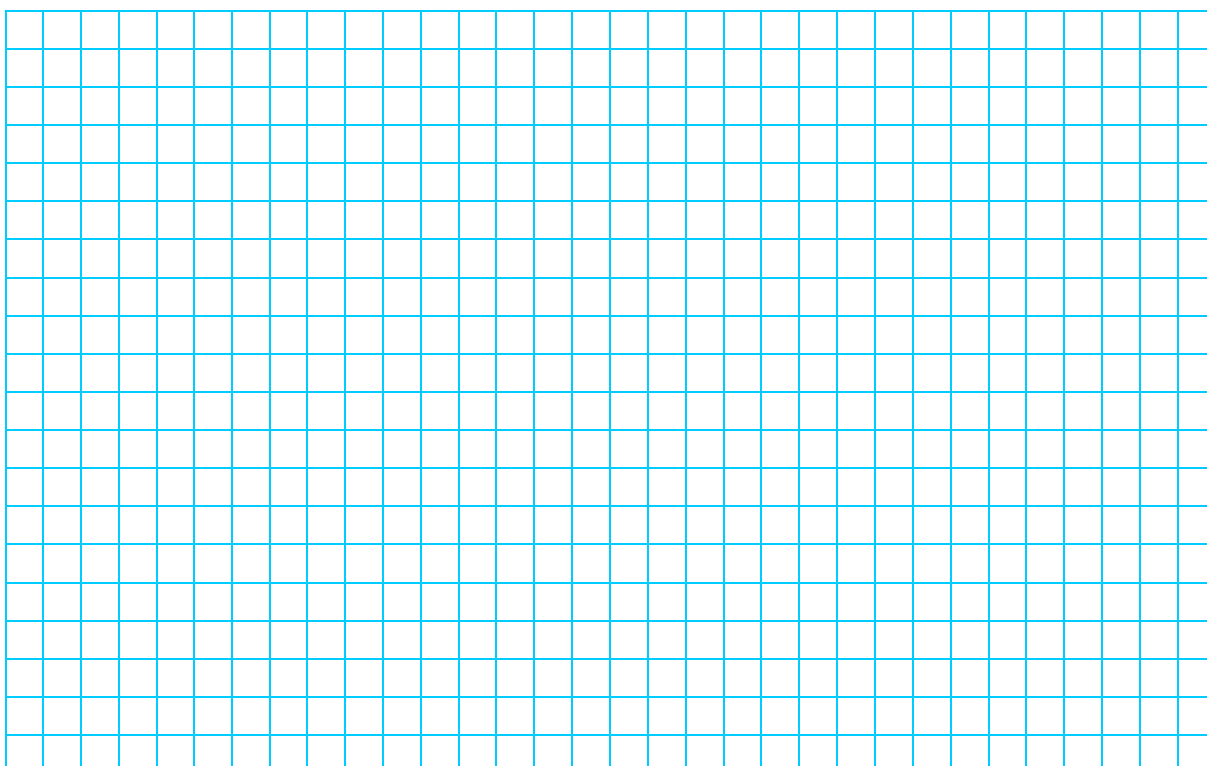


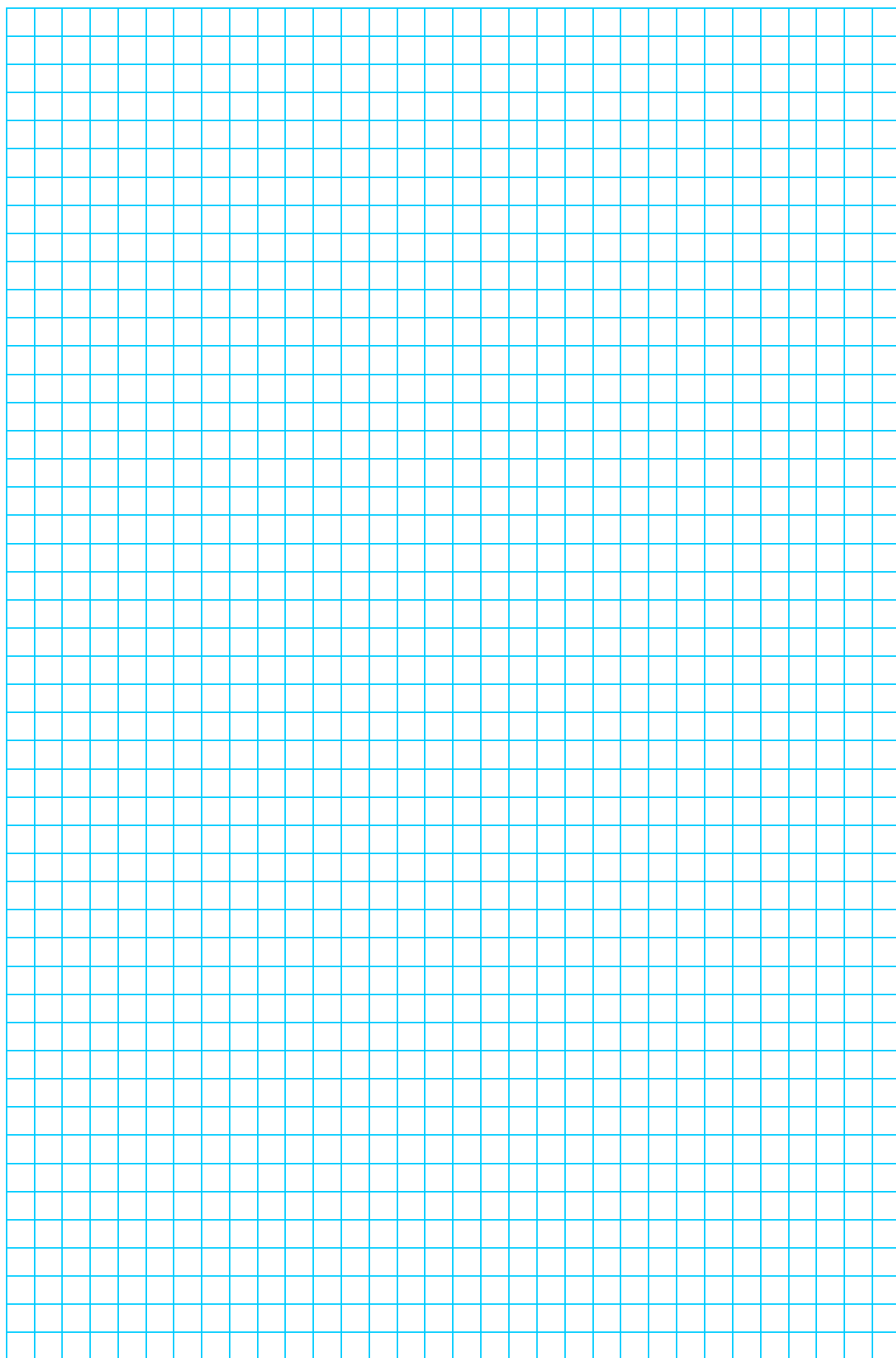
**Zadanie 12. (5 pkt)**



Powyższy rysunek przedstawia fragment wykresu pewnej funkcji wielomianowej  $W(x)$  stopnia trzeciego. Jedynymi miejscami zerowymi tego wielomianu są liczby  $(-2)$  oraz  $1$ , a pochodna  $W'(-2) = 18$ .

- a) Wyznacz wzór wielomianu  $W(x)$ .
- b) Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu tego wielomianu w punkcie o odciętej  $x = 3$ .

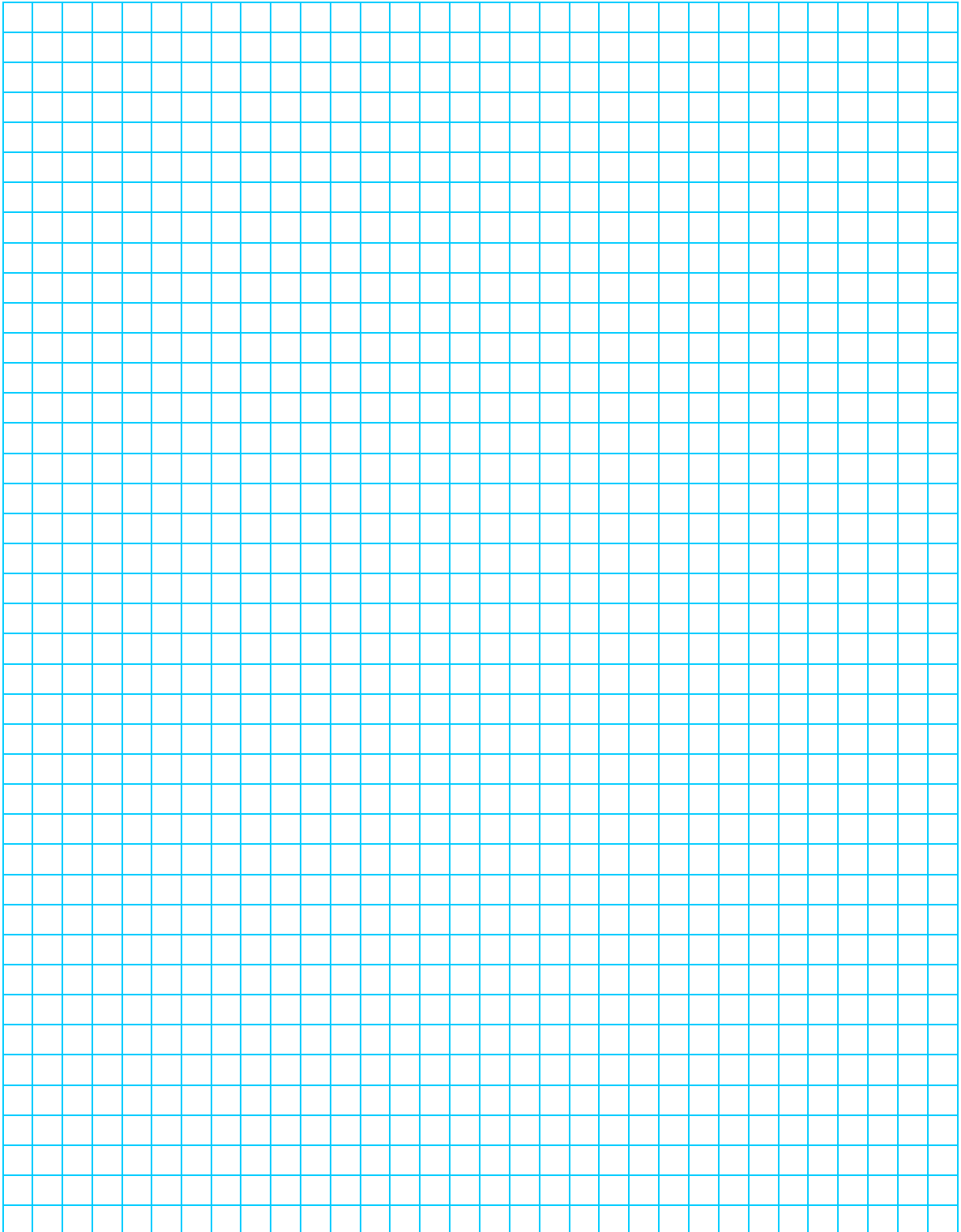




**Zadanie 13. (5 pkt)**

Sporządź wykres funkcji  $f(x) = \left| \frac{x-4}{x-2} \right|$ , a następnie korzystając z tego wykresu, wyznacz

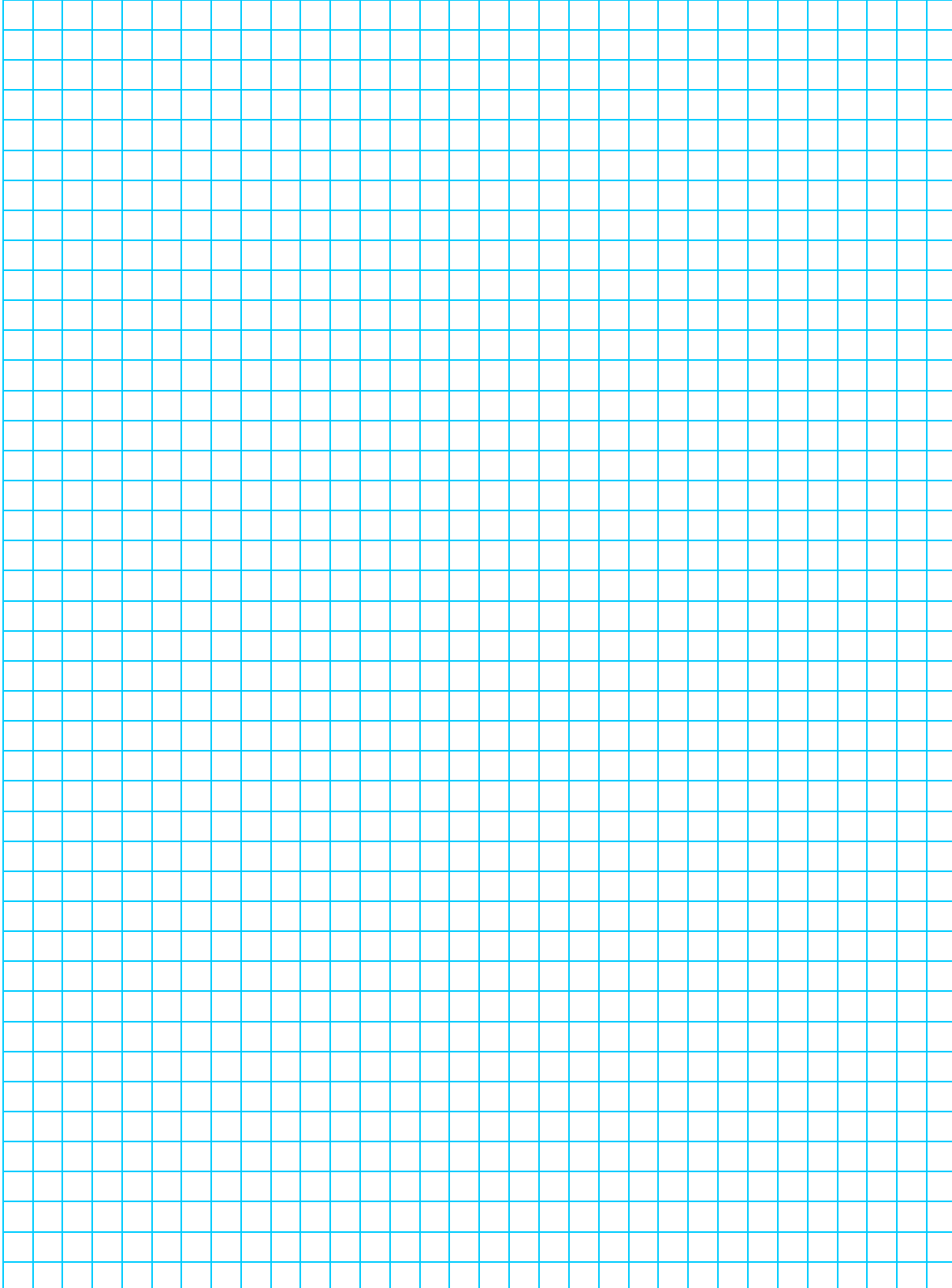
wszystkie wartości parametru  $k$ , dla których równanie  $\left| \frac{x-4}{x-2} \right| = k$ , ma dwa rozwiązania, których iloczyn jest liczbą ujemną.



**Zadanie 14. (4 pkt)**

Niech  $A, B \subset \Omega$  będą zdarzeniami losowymi, takimi że  $P(A) = \frac{5}{12}$  oraz  $P(B) = \frac{7}{11}$ .

Zbadaj, czy zdarzenia  $A$  i  $B$  są rozłączne.

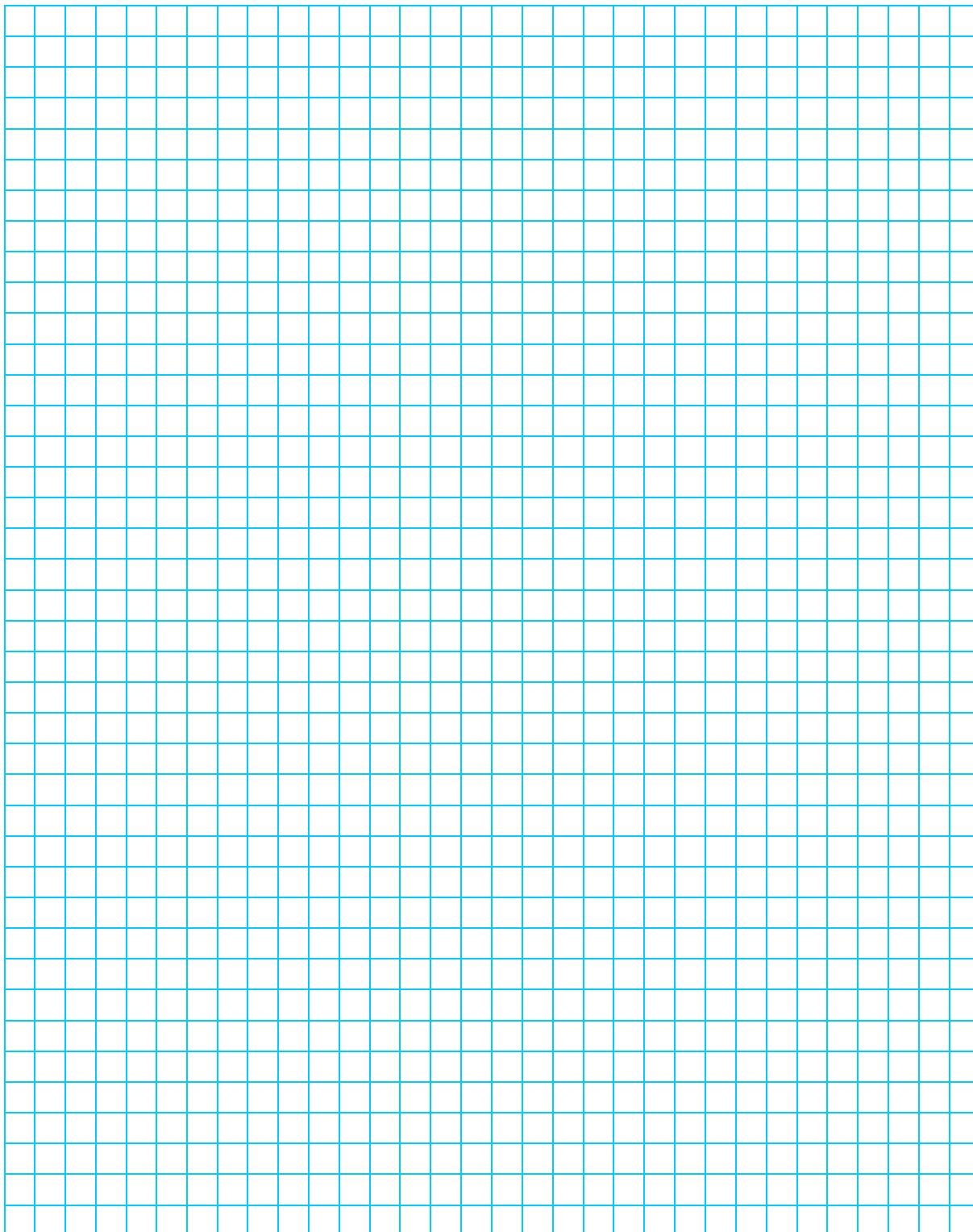


**Zadanie 15. (5 pkt)**

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny postaci:  $2, \frac{2}{p-1}, \frac{2}{(p-1)^2}, \frac{2}{(p-1)^3}, \dots$

Wyznacz wszystkie wartości  $p$ , dla których granicą tego ciągu jest liczba:

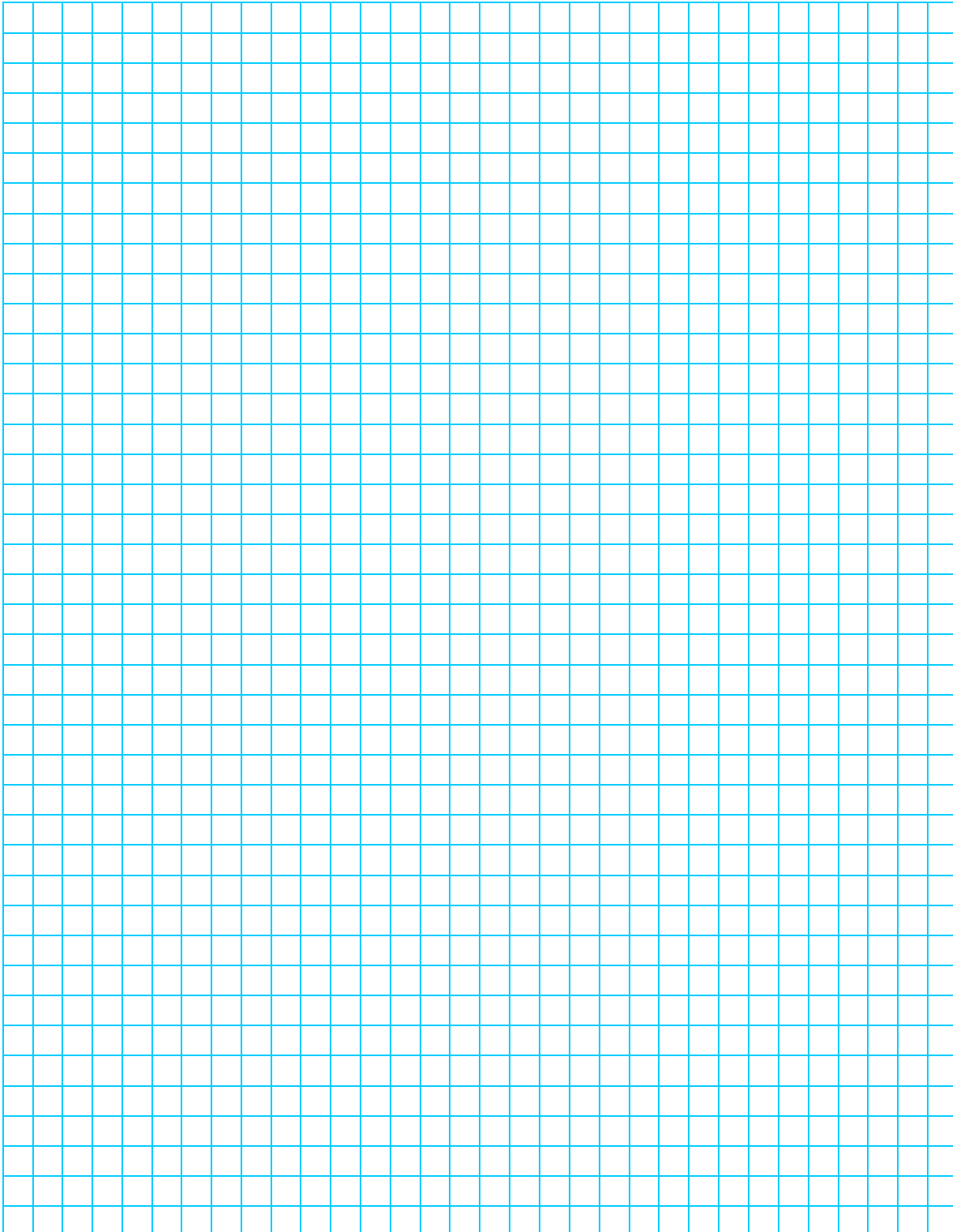
- a) 0.
- b) 2.



**Zadanie 16. (7 pkt)**

Dane jest równanie postaci  $(\cos x - 1) \cdot (\cos x + p + 1) = 0$ , gdzie  $p \in R$  jest parametrem.

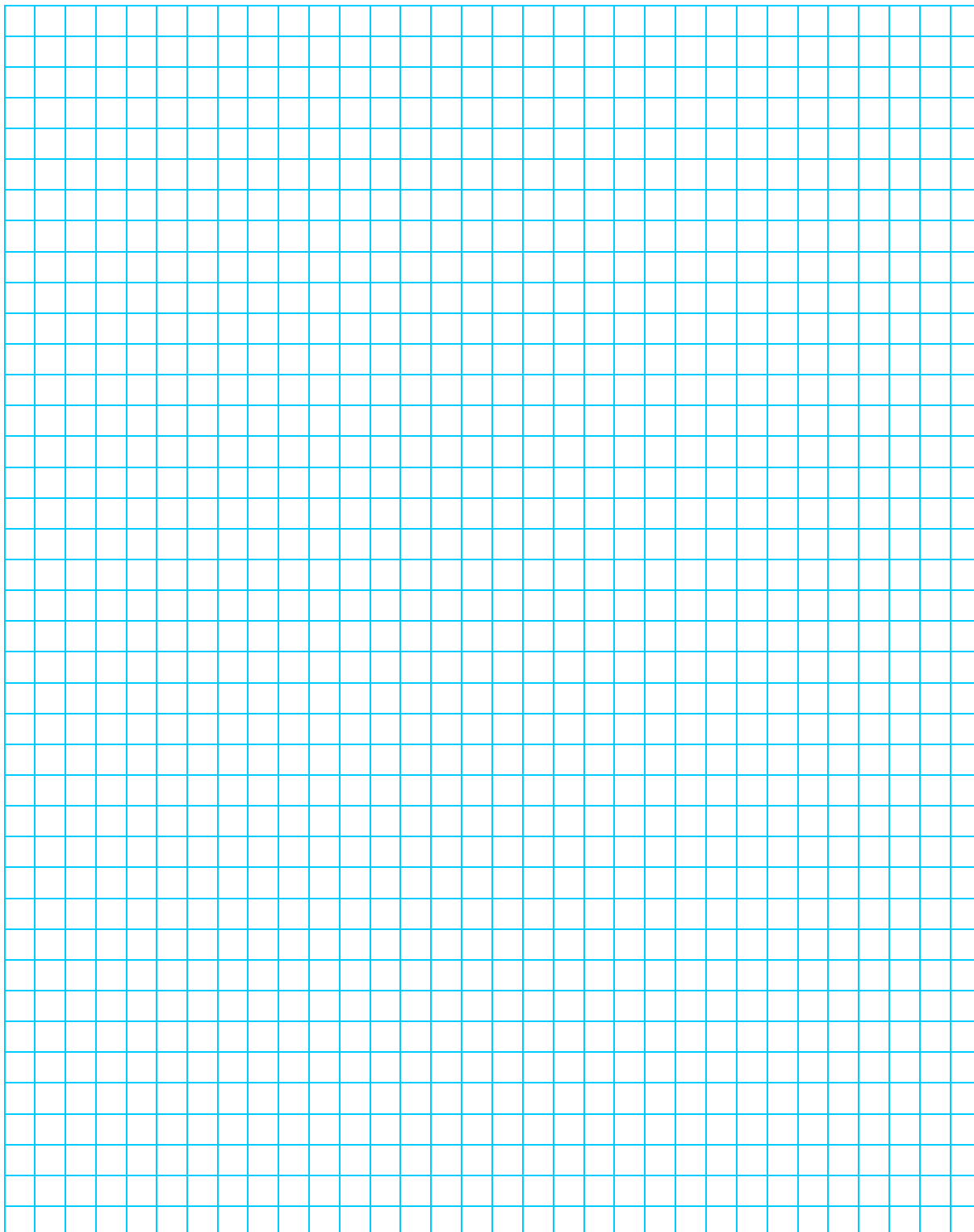
- a) Dla  $p = -1$  wypisz wszystkie rozwiązania tego równania należące do przedziału  $\langle 0; 5 \rangle$ .
- b) Wyznacz wszystkie wartości parametru  $p$ , dla których dane równanie ma w przedziale  $\langle -\pi; \pi \rangle$  trzy różne rozwiązania.





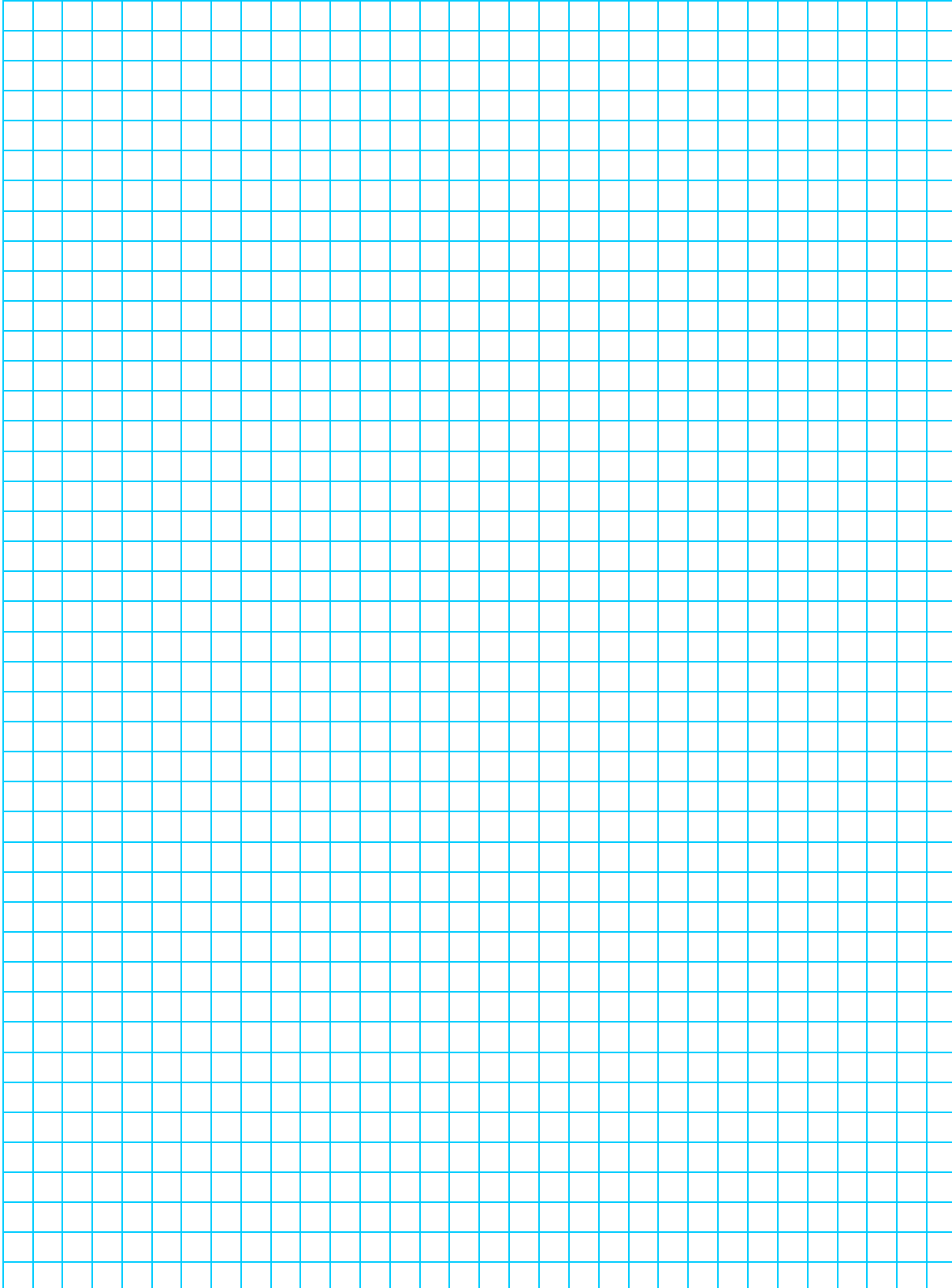
**Zadanie 17. (4 pkt)**

W trójkącie prostokątnym  $ABC$  ( $\sphericalangle BCA = 90^\circ$ ) dane są długości przyprostokątnych:  $|BC| = a$  i  $|CA| = b$ . Dwusieczna kąta prostego tego trójkąta przecina przeciwprostokątną  $AB$  w punkcie  $D$ . Wykaż, że długość odcinka  $CD$  jest równa  $\frac{a \cdot b}{a + b} \cdot \sqrt{2}$ . Sporządź pomocniczy rysunek uwzględniając podane oznaczenia.



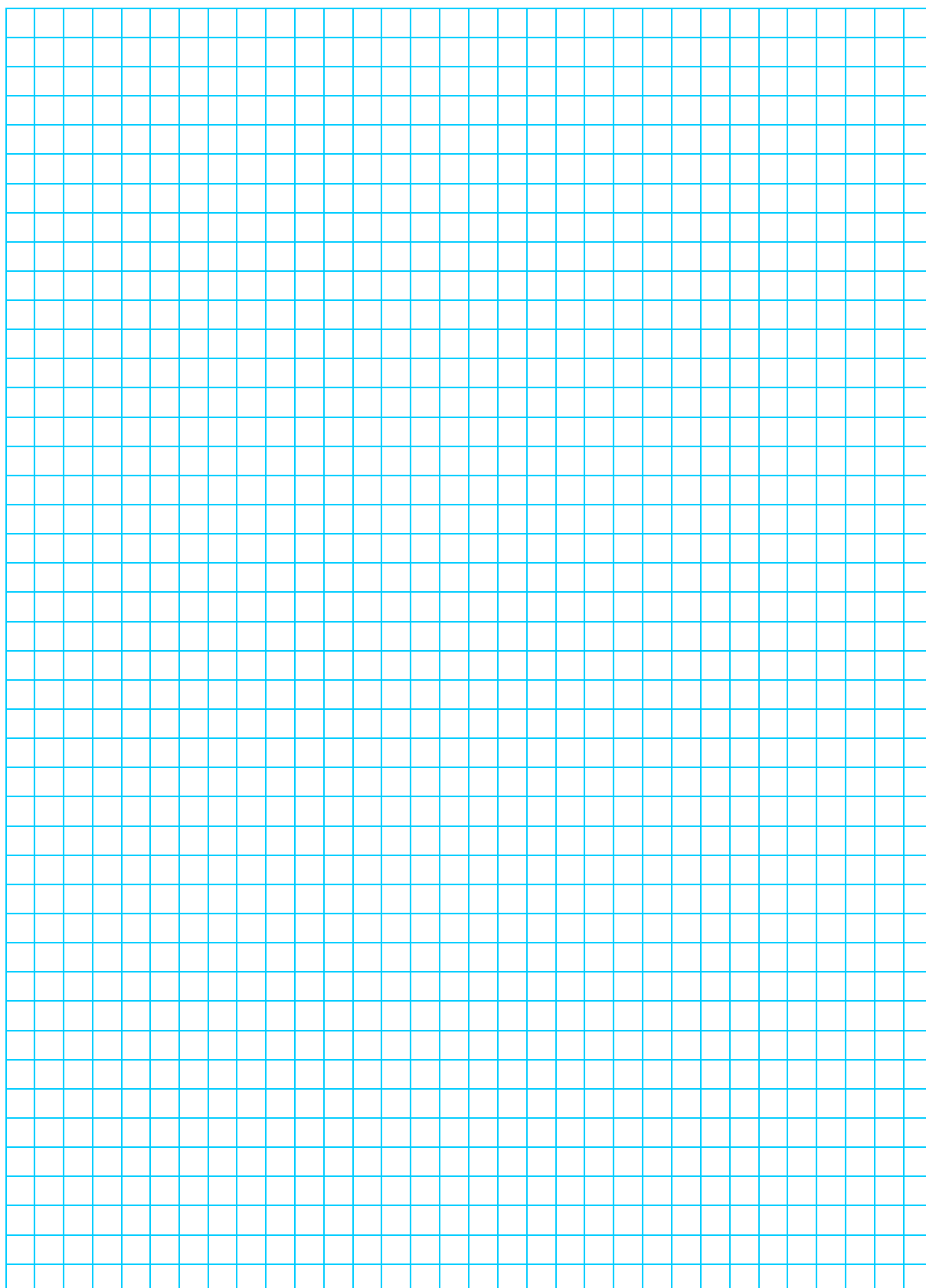
**Zadanie 18. (8 pkt)**

Oblicz miary kątów dowolnego czworokąta wpisanego w okrąg o promieniu  $R = 5\sqrt{2}$ ,  
wiedząc ponadto, że jedna z przekątnych tego czworokąta ma długość 10, zaś iloczyn sinusów  
wszystkich jego kątów wewnętrznych równa się  $\frac{3}{8}$ .



**Zadanie 19. (6 pkt)**

Korzystając z zasady indukcji matematycznej, udowodnij, że każda liczba naturalna  $n \geq 5$  spełnia nierówność  $2^n > n^2 + n - 1$ .



## **BRUDNOPIS**