(Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy)

KOD ZDAJĄCEGO

ZESTAW ZADAŃ Z MATEMATYKI

GRUDZIEŃ ROK 2004

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 120 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Proszę sprawdzić, czy zestaw zadań zawiera 12 stron.
2. Rozwiązania i odpowiedzi należy zapisać czytelnie w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. Proszę pisać tylko w kolorze czarnym; nie pisać ołówkiem.
4. W rozwiązaniach zadań trzeba przedstawić tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Nie wolno używać korektora.
6. Błędne zapisy trzeba wyraźnie przekreślić.
7. Brudnopis nie będzie oceniany.
8. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą można uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
9. Można korzystać z tablic matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
   Nie można korzystać z kalkulatora graficznego.

Życzymy powodzenia!

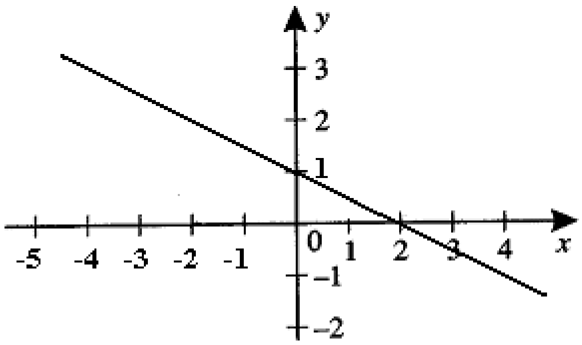
Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

(Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy)

PESEL ZDAJĄCEGO

Zadanie 1. (*4 pkt*)

Rysunek przedstawia prostą w układzie współrzędnych. Wyznacz równanie tej prostej.



a) Oblicz odległość punktu o współrzędnych $(2,1)$ od narysowanej prostej.

b) Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez początek układu współrzędnych i prostopadłej do narysowanej prostej.

Zadanie 2. (*4 pkt*)

W klasie III b pewnego liceum przeprowadzono ankietę na temat wysokości tygodniowego kieszonkowego otrzymywanego od rodziców przez uczniów tej klasy. Wyniki ankiety przedstawia tabela:

Wysokość kieszonkowego (w zł)	Liczba uczniów
16	5
20	8
25	16
50	1

a) Oblicz średnie tygodniowe kieszonkowe w klasie III b.
b) Wyznacz medianę tygodniowego kieszonkowego.
c) Oblicz wariancję tygodniowego kieszonkowego.

Zadanie 3. (*3 pkt*)

Równanie symetralnej odcinka $\overline{AB}$, gdzie $A=(2,-1)$, $B=(4,3)$ można otrzymać wykorzystując własność symetralnej. Punkt $M=(x,y)$ należy do symetralnej odcinka $\overline{AB}$, jeśli $|MA|=|MB|$, czyli

$$\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}=\sqrt{(x-4)^2+(y-3)^2}$$
$$x^2-4x+4+y^2+2y+1=x^2-8x+16+y^2-6y+9$$
$$4x+8y-20=0$$
$$x+2y-5=0$$

W analogiczny sposób wyznacz równanie symetralnej odcinka $\overline{CD}$, gdzie $C=(-4,3)$, $D=(0,-1)$.

Zadanie 4. (*3 pkt*)

Ośmiu uczniów, wśród których są Ola i Janek, ustawiło się losowo w kolejce do sklepu. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, polegającego na tym, że Ola i Janek nie stoją obok siebie. Wyniki przedstaw w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

Zadanie 5. (*3 pkt*)

Sprawdź prawdziwość równości: $1-\cos\alpha = \dfrac{tg\alpha - \sin\alpha}{tg\alpha}$ $\left(\alpha \neq k\dfrac{\pi}{2}, k \in C\right)$.

Zadanie 6. (*5 pkt*)

Dane są liczby $x=\left(\frac{8}{5}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left[\frac{2}{3}\cdot 5-\left(\frac{11}{23}\right)^{0}\right]$, $y=\frac{\sqrt{5}-4}{1+\sqrt{5}}$.

a) Wyznacz liczbę, której 60% jest równe *x*. Wynik podaj z dokładnością do 0,01.

b) Przedstaw iloczyn liczby *x* i odwrotności liczby *y* w postaci $c+d\sqrt{5}$, gdzie c i d są liczbami wymiernymi.

Zadanie 7. (*4 pkt*)

Współczynniki funkcji kwadratowej $f(x) = -x^2 + bx + c$ tworzą w kolejności $-1, b, c$ ciąg geometryczny. Wyznacz wartość współczynników b i c, jeżeli wiadomo, że osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta $x = 1$. Zapisz funkcję f w postaci kanonicznej.

Zadanie 8. (*6 pkt*)

Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{2n}{n+1}$.

a) Sprawdź, korzystając z definicji, czy ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym.

b) Wyznacz wyraz ogólny ciągu arytmetycznego (b_n), wiedząc, że pierwszy i trzeci wyraz ciągu (b_n) są odpowiednio równe pierwszemu i trzeciemu wyrazowi ciągu (a_n).

Zadanie 9. (*5 pkt*)

Wyznacz $A \cap B$, jeżeli $A = \{x : x \in R \text{ i } |x+2| > 1\}$, $B = \left\{x : x \in R \text{ i } \frac{4}{x-2} \le 1\right\}$.

Zadanie 10. (*7 pkt*)

W trapez prostokątny *ABCD* ($\overline{AD}$ jest prostopadły do $\overline{AB}$), którego podstawy mają długości $|AB| = 12$ i $|CD| = 6$, wpisano koło o środku *S*.

a) Oblicz długości ramion trapezu *ABCD*.

b) Uzasadnij, że trójkąt *BSC* jest prostokątny.

Zadanie 11. (*6 pkt*)

Długość wysokości ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa długości promienia okręgu opisanego na podstawie. Pole ściany bocznej tego ostrosłupa jest równe $18\sqrt{3}$.

a) Oblicz objętość tego ostrosłupa.

b) Zaznacz na rysunku kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy danego ostrosłupa i oblicz cosinus tego kąta.

BRUDNOPIS